Funkcje logiczne - wybrane zagadnienia.

Kod Graya.

Kodem Graya nazywamy taki kod, którego kolejne słowa różnią się tylko znakiem na jednej pozycji. Kod Graya tworzy się z naturalnego kodu binarnego biorąc:

$$g_n = b_n$$
$$g_{n-1} = b_{n-1} \oplus b_n$$
$$g_{n-2} = b_{n-2} \oplus b_{n-1}$$

gdzie g_i to kolejne bity słowa kodu Graya, a b_i to nity słowa naturalnego kodu binarnego. Znak $\oplus$ oznacza funkcję ex-or.
Dla słowa 3-bitowego mamy następujące kombinacje naturalnego kodu binarnego:

0	0	0
0	0	1
0	1	0
0	1	1
1	0	0
1	0	1
1	1	0
1	1	1

oraz kodu Graya:

0	0	0
0	0	1
0	1	1
0	1	0
1	1	0
1	1	1
1	0	1
1	0	0

Tablica Karnaugh'a.

Tablica Karnaugh'a to kolejny (po tablicy prawdy oraz postaci kanonicznej funkcji) sposób przedstawienia funkcji logicznych. Tablica ta to prostokątna tablica dla n zmiennych zawierająca 2^n kratek. Wzdłuż krawędzi tablicy wpisuje się kombinacje argumentów funkcji **w kodzie Graya** (sąsiednie kombinacje różnią się tylko na jednej pozycji). Za sąsiednie uważa się też kombinacje kratki pierwszej i ostatniej kolumny oraz pierwszego i ostatniego wiersza. W każdej kratce jest wpisana wartość funkcji dla kombinacji odpowiadającej tej kratce.

Przykładowa tablica prawdy dla pewnej 3-argumentowej funkcji:

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	1
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

tablica Karnaugh'a dla tej funkcji (w pierwszym wierszu oraz pierwszej kolumnie zapisane są argumenty funkcji w kodzie Graya, w pozostałych kratkach znajdują się wartości funkcji):

C \ AB	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	0	1	0	1

Minimalizacja funkcji logicznych metodą tablic Karnaugh'a

Najpierw należy przygotować tablicę Karnaugh'a danej funkcji. Następnie tworzymy grupy (rysując obwiednie) możliwie największych ilości sąsiednich kratek zawierających wyłącznie jedynki (jeżeli chcemy uzyskać sumę iloczynów – mintermów) lub wyłącznie zera (jeżeli chcemy uzyskać iloczyn sum – makstermów), przy czym obowiązują następujące ograniczenia:

- łączyć można tylko grupy zawierające 2^n jednakowych symboli (0 lub 1),
- łączyć można tylko kratki sąsiednie (<u>za sąsiednie uważa się też skrajne wiersze i skrajne kolumny tablicy</u>),
- łączone grupy muszą być symetryczne.

Potem wypisujemy funkcje odpowiadające utworzonym grupom poprzez redukcję zmiennych, które dla dwóch sąsiednich kratek przyjmują różne wartości. <u>Wszystkie 0 lub 1 należy przyporządkować co najmniej raz do jakiegoś zbioru, choćby 1-elementowego!</u>
Końcowym etapem minimalizacji jest zapisanie postaci minimalnej (postaci minimalnych) funkcji logicznej.

Dla tablicy Karnaugh z powyższego przykładu:

C \ AB	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	0	1	0	1

mamy zapis kanoniczny:

!AB v A!C v A!B